

### ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ 1

- 1) Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  και στη διχοτόμο της γωνίας  $A$  παίρνουμε τα τμήματα  $AE=AB$  και  $AZ=A\Gamma$ . Να αποδείξετε ότι  $\hat{A}ZE = \hat{A}ZB$ .
- 2) Στις προεκτάσεις των πλευρών  $BA$  και  $\Gamma A$  ενός τριγώνου  $AB\Gamma$  παίρνουμε τα τμήματα  $AD=AB$  και  $AE=A\Gamma$ . Να αποδείξετε ότι:
- Τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $ADE$  είναι ίσα.
  - Η προέκταση της διαμέσου  $AM$  προς το μέρος της κορυφής  $A$  διχοτομεί την πλευρά  $ED$  του τριγώνου  $DAE$ .
- 3) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$ . Στην προέκταση της πλευράς  $B\Gamma$  προς τα δυο άκρα θεωρούμε τα σημεία  $\Delta, E$  αντίστοιχα τέτοια ώστε  $B\Delta = \Gamma E$ .  
Να αποδείξετε ότι:
- Τα τρίγωνα  $AB\Delta$  και  $A\Gamma E$  είναι ίσα.
  - Η διάμεσος  $AM$  του τριγώνου  $AB\Gamma$  είναι και διάμεσος του τριγώνου  $ADE$ .
- 4) Δίνεται κύκλος κέντρου  $O$  και χορδή του  $AB$ . Προεκτείνουμε την  $AB$  προς τα δυο άκρα, κατά ίσα τμήματα  $A\Gamma$  και  $B\Delta$  αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι  $O\hat{\Gamma}A = O\hat{\Delta}B$ .
- 5) Σε ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$ , η μεσοκάθετος της πλευράς  $A\Gamma$  τέμνει την προέκταση της  $\Gamma B$  στο  $\Delta$ . Προεκτείνουμε τη  $\Delta A$  κατά τμήμα  $AE = \Delta B$ .  
Να αποδείξετε ότι:
- το τρίγωνο  $\Delta A\Gamma$  είναι ισοσκελές.
  - το τρίγωνο  $\Gamma \Delta E$  είναι ισοσκελές.
- 6) Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  και  $AM$  διάμεσός του. Να αποδείξετε ότι οι κορυφές  $B, \Gamma$  ισαπέχουν από την ευθεία  $AM$ .
- 7) Θεωρούμε τρίγωνο  $AB\Gamma$  και τα ύψη του  $B\Delta$  και  $\Gamma E$  που αντιστοιχούν στις πλευρές του  $A\Gamma$  και  $AB$  αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:
- Αν το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισοσκελές με  $AB=A\Gamma$ , τότε τα ύψη  $B\Delta, \Gamma E$  είναι ίσα.
  - Αν τα ύψη  $B\Delta, \Gamma E$  είναι ίσα, το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισοσκελές με  $A\Gamma=AB$ .

- 8) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $A=90^\circ$ ) και η διχοτόμος της γωνίας του  $\Gamma$ , η οποία τέμνει την πλευρά  $AB$  στο  $\Delta$ . Από το  $\Delta$  φέρουμε  $\Delta E \perp B\Gamma$ .
- Να αποδείξετε ότι:
- Τα τρίγωνα  $A\Gamma\Delta$ ,  $\Delta\Gamma E$  είναι ίσα.
  - Η ευθεία  $\Gamma\Delta$  είναι μεσοκάθετος του τμήματος  $AE$ .
- 9) Δίνεται ένα τρίγωνο  $AB\Gamma$  με βάση  $B\Gamma$  και σημείο  $E$  του ύψους  $AA$ . Αν  $BE$ ,  $\Gamma E$  τέμνουν τις  $A\Gamma$ ,  $AB$  στα  $K$ ,  $\Lambda$  αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:
- $EB=EG$
  - $EK=EL$
- 10) Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  και το μέσο  $M$  της βάσης  $B\Gamma$ . Φέρουμε τις αποστάσεις  $MK$ ,  $M\Lambda$  του σημείου  $M$  από τις ίσες πλευρές του τριγώνου  $AB\Gamma$ . Να αποδείξετε ότι:
- $MK=M\Lambda$
  - Η  $AM$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $KML$ .
  - Το τρίγωνο  $AK\Lambda$  είναι ισοσκελές.
- 11) Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  και  $B\Delta$  η διχοτόμος του. Φέρουμε  $\Delta E \perp AB$  και παίρνουμε το συμμετρικό σημείο  $Z$  του  $\Delta$  ως προς το  $\Gamma$ . Αν  $ZH \perp B\Gamma$ , να αποδείξετε ότι  $\Delta E=ZH$ .
- 12) Έστω κύκλος με κέντρο  $O$  και ακτίνα  $\rho$ . Σε σημείο  $N$  του κύκλου φέρουμε την εφαπτόμενή του, εκατέρωθεν του  $N$  θεωρούμε σημεία  $A$  και  $B$ , τέτοια ώστε  $NA=NB$ . Οι  $OA$ ,  $OB$  τέμνουν τον κύκλο στα  $K$ ,  $\Lambda$  αντίστοιχα.
- Να αποδείξετε ότι:
- Το τρίγωνο  $AOB$  είναι ισοσκελές.
  - Το σημείο  $N$  είναι μέσο του τόξου  $K\Lambda$ .
- 13) Έστω κύκλος με κέντρο  $O$  και ακτίνα  $\rho$ . Από σημείο  $A$  εκτός του κύκλου, φέρουμε εφαπτόμενα τμήματα  $AB$ ,  $A\Gamma$ . Τα σημεία  $E$ ,  $\Delta$  είναι αντιδιαμετρικά των  $B, \Gamma$  αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:
- Τα τρίγωνα  $ABE$ ,  $A\Gamma\Delta$  είναι ίσα.
  - Τα τρίγωνα  $AB\Delta$ ,  $A\Gamma E$  είναι ίσα.

