

# ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ - 4ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4.1-4.2

Συμπληρώστε τα κενά με τις προτεινόμενες λέξεις

**τέμνονται—κοινό--εκτός--δεν--παράλληλες--ίδιο--ταυτίζονται-εντός**

Οι σχετικές θέσεις δυο ευθειών  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$ , οι οποίες βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο, είναι οι παρακάτω:

i) ..... (σχ.α),

ii).....(σχ. β),

iii) ..... τέμνονται (σχ.γ).

Στην τρίτη περίπτωση οι ευθείες  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$  λέγονται ....., ώστε:

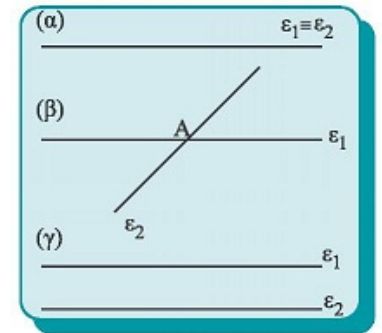
Δυο ευθείες  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$  που:

**α)** βρίσκονται στο ..... επίπεδο και

**β)** δεν έχουν κοινό σημείο

λέγονται **παράλληλες** ευθείες.

Για να δηλώσουμε ότι οι  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$  είναι παράλληλες, γράφουμε  $\epsilon_1 \dots \epsilon_2$ .

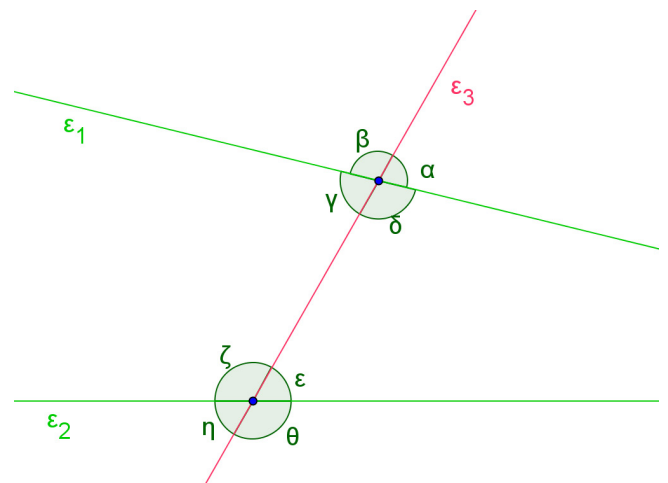


Ας θεωρήσουμε δύο ευθείες  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$  του επιπέδου, οι

οποίες τέμνονται από τρίτη ευθεία  $\epsilon_3$ .

Παρατηρούμε ότι σχηματίζονται **οκτώ** γωνίες

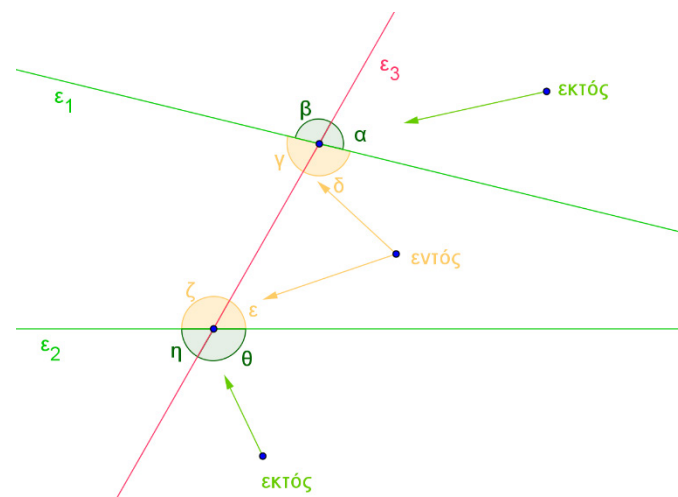
( $0^\circ < \omega < 180^\circ$ ).



Οι γωνίες ..., .., .., .. που βρίσκονται μεταξύ των  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$

λέγονται ".....",

ενώ οι γωνίες ....., .., .., .. λέγονται ".....".



Συμπληρώστε τα κενά με τις προτεινόμενες λέξεις

**εκατέρωθεν—επί τα αυτά—εναλλάξ—ίδιο μέρος**

► Δύο γωνίες (η μια με κορυφή στην  $\epsilon_1$  και η άλλη με κορυφή στην  $\epsilon_2$ ) που βρίσκονται προς το ..... της τέμνουσας  $\epsilon_3$  λέγονται "**επί τα αυτά μέρη**" ή πιο απλά «.....»

Τέτοια ζευγάρια γωνιών είναι:

$\beta$ , .....                       $\alpha$ , .....

$\beta$ , .....                       $\alpha$ , .....

$\gamma$ , .....                       $\delta$ , .....

$\gamma$ , .....                       $\delta$ , .....

► ενώ δύο γωνίες (η μια με κορυφή στην  $\epsilon_1$  και η άλλη με κορυφή στην  $\epsilon_2$ ) που βρίσκονται ..... της  $\epsilon_3$  λέγονται ".....".

Τέτοιες είναι:

$\beta$ , ....                       $\alpha$ , ....

$\beta$ , ....                       $\alpha$ , ....

$\gamma$ , ....                       $\delta$ , ....

$\gamma$ , ....                       $\delta$ , ....

Έτσι, με συνδυασμό και των δύο χαρακτηρισμών, δύο γωνίες μπορεί να είναι :

1. Εντός -..... εναλλάξ (ή πιο απλά .....)
2. Εντός-..... και επί τα αυτά (ή πιο απλά .....)
3. Εντός- ..... και επί τα αυτά
4. Εντός -..... εναλλάξ (αυτό δεν το χρησιμοποιούμε στην πράξη)

● Εντός εναλλάξ είναι οι γωνίες:

$\gamma$ , ....

$\delta$ , ....

● Εντός και επί τα αυτά οι γωνίες:

$\gamma$ , ....

$\delta$ , ....

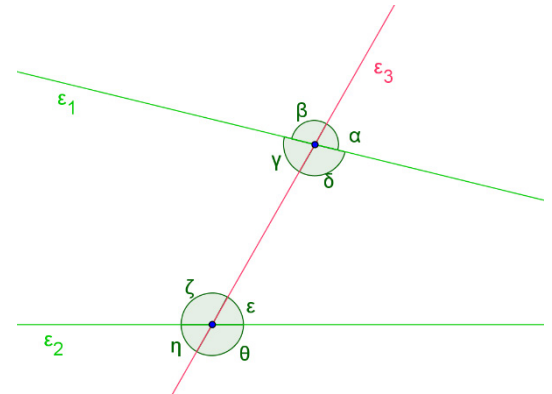
● Εντός εκτός και επί τα αυτά οι γωνίες:

$\epsilon$ , .....

$\delta$ , ....

$\zeta$ , .....

$\gamma$ , ....

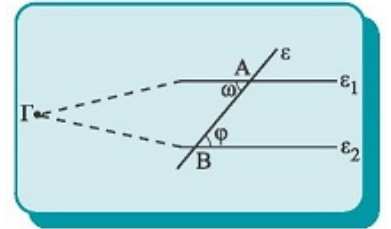


Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω γωνίες, θα αποδείξουμε το επόμενο θεώρημα, που εξασφαλίζει την ύπαρξη παράλληλων ευθειών.

**Θεώρημα:**

Αν δυο ευθείες τεμνόμενες από τρίτη σχηματίζουν δυο εντός εναλλάξ γωνίες ίσες, τότε είναι παράλληλες.

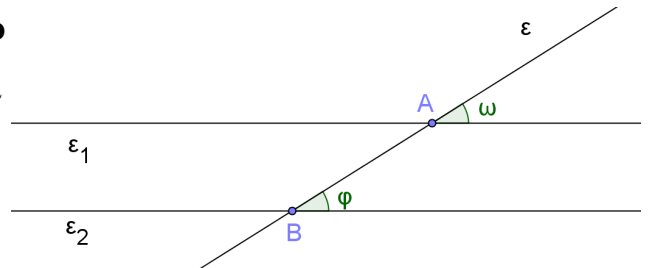
**Απόδειξη:**



### ΠΟΡΙΣΜΑ I

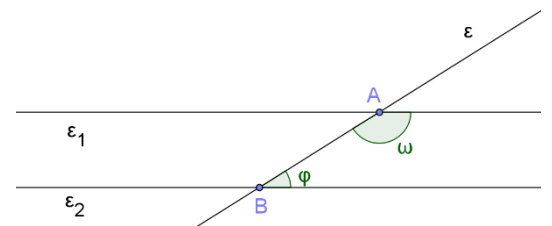
α. Αν δυο ευθείες τεμνόμενες από τρίτη σχηματίζουν δύο εντός, εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες ίσες, τότε είναι παράλληλες.

**Απόδειξη**



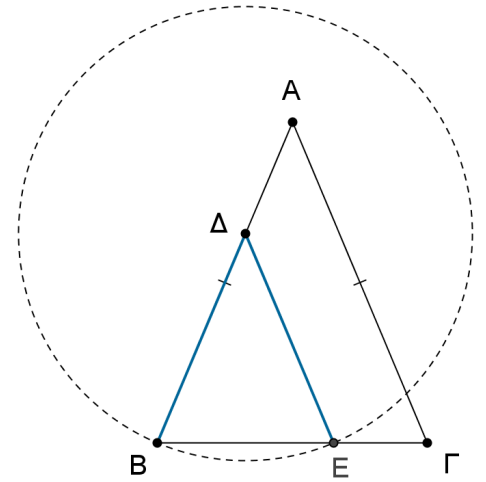
β. Αν δυο ευθείες τεμνόμενες από τρίτη σχηματίζουν δύο εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες παραπληρωματικές, τότε είναι παράλληλες.

**Απόδειξη**



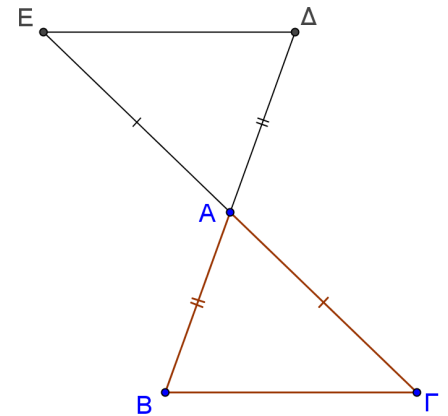
**Άσκηση 1.** Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ) και σημείο  $\Delta$  της πλευράς  $AB$ . Αν ο κύκλος  $(\Delta, \Delta B)$  τέμνει τη  $B\Gamma$  στο  $E$ , να αποδείξετε ότι  $\Delta E \parallel A\Gamma$ .

**Λύση:**



**Άσκηση 2.** Στις προεκτάσεις των πλευρών  $BA, \Gamma A$  τριγώνου  $AB\Gamma$  παίρνουμε αντίστοιχα τα τμήματα:  $A\Delta = AB$  και  $A\epsilon = A\Gamma$ . Να αποδείξετε ότι  $\Delta\epsilon \parallel B\Gamma$ .

**Λύση:**



**Άσκηση 3.** Δίνεται κύκλος  $(O, \rho)$  και  $M$  το μέσο χορδής του  $AB$ . Φέρουμε  $Ox \perp OM$ . Να αποδείξετε ότι  $Ox \parallel AB$ .

**Λύση:**

