

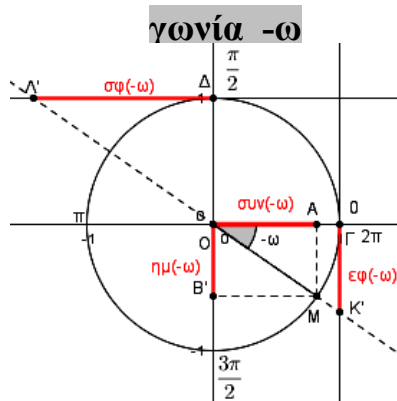
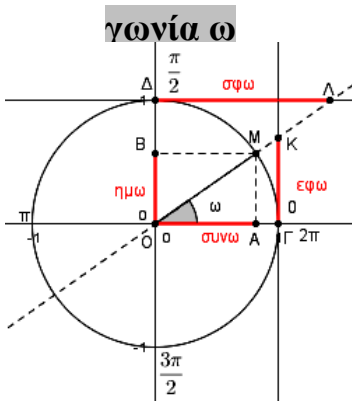
# ΦΥΛΛΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ & ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΕΠΑΛ

## ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

3.3 ΑΝΑΓΩΓΗ ΣΤΟ 1<sup>ο</sup> ΤΕΤΑΡΤΗΜΟΡΙΟ

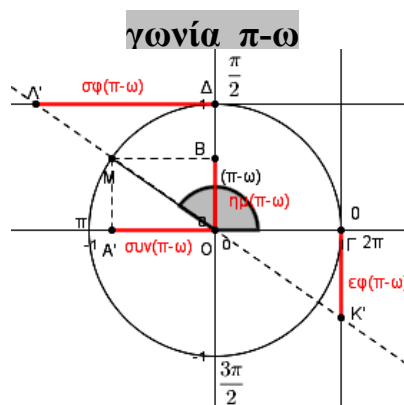
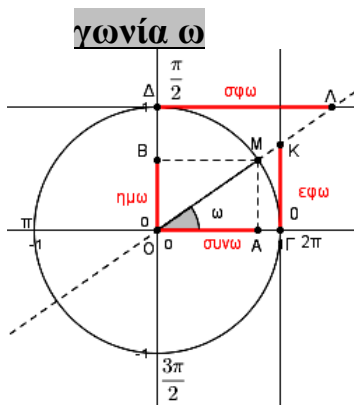
### ΓΩΝΙΕΣ ΑΝΤΙΘΕΤΕΣ



$$\begin{aligned} \eta\mu(-\omega) &= -\eta\mu\omega \\ \sigma\upsilon\nu(-\omega) &= \sigma\upsilon\nu\omega \\ \epsilon\phi(-\omega) &= -\epsilon\phi\omega \\ \sigma\phi(-\omega) &= -\sigma\phi\omega \end{aligned}$$

- **Ίδιο συνημίτονο**, αντίθετους όλους τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς.

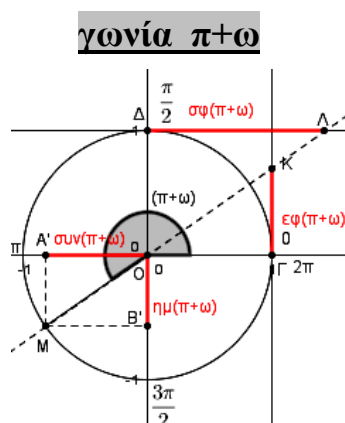
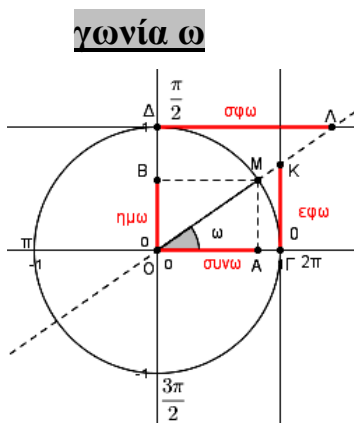
### ΓΩΝΙΕΣ ΜΕ ΑΘΡΟΙΣΜΑ 180<sup>ο</sup>



$$\begin{aligned} \eta\mu(\pi-\omega) &= \eta\mu\omega \\ \sigma\upsilon\nu(\pi-\omega) &= -\sigma\upsilon\nu\omega \\ \epsilon\phi(\pi-\omega) &= \epsilon\phi\omega \\ \sigma\phi(\pi-\omega) &= -\sigma\phi\omega \end{aligned}$$

- **Ίδιο ημίτονο**, αντίθετους όλους τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς.

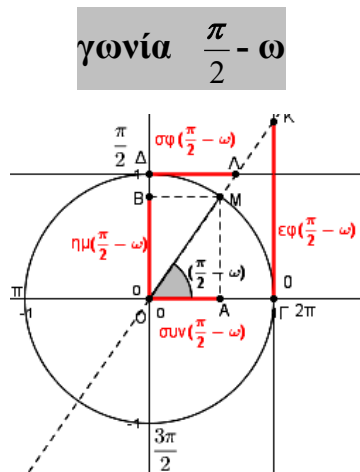
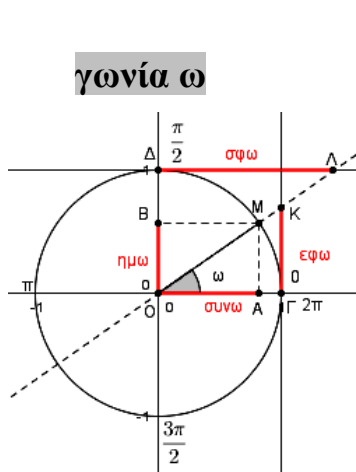
### ΓΩΝΙΕΣ ΜΕ ΔΙΑΦΟΡΑ 180<sup>ο</sup>



$$\begin{aligned} \eta\mu(\pi+\omega) &= -\eta\mu\omega \\ \sigma\upsilon\nu(\pi+\omega) &= -\sigma\upsilon\nu\omega \\ \epsilon\phi(\pi+\omega) &= \epsilon\phi\omega \\ \sigma\phi(\pi+\omega) &= \sigma\phi\omega \end{aligned}$$

- **Ίδια εφραπτομένη και συνεφραπτομένη**, αντίθετα ημίτονο και συνημίτονο

## ΓΩΝΙΕΣ ΜΕ ΑΘΡΟΙΣΜΑ 90°



$$\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - \omega\right) = \sigma\upsilon\nu\omega$$

$$\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - \omega\right) = \eta\mu\omega$$

$$\epsilon\varphi\left(\frac{\pi}{2} - \omega\right) = \sigma\varphi\omega$$

$$\sigma\varphi\left(\frac{\pi}{2} - \omega\right) = \epsilon\varphi\omega$$

- Το ημίτονο της μίας ισούται με το συνημίτονο της άλλης και η εφαπτομένη της μίας ισούται με την συνεφαπτομένη της άλλης.

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\frac{187\pi}{6} \text{ rad}$ .

Απάντηση:

Τα  $\frac{187\pi}{6} \text{ rad}$  γράφονται:  $\frac{187\pi}{6} = \frac{186\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = 31\pi + \frac{\pi}{6} = 30\pi + \pi + \frac{\pi}{6} = 15 \cdot 2\pi + \pi + \frac{\pi}{6}$

Άρα  $\eta\mu\frac{187\pi}{6} = \eta\mu\left(15 \cdot 2\pi + \pi + \frac{\pi}{6}\right) = \eta\mu\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\eta\mu\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$

και  $\sigma\upsilon\nu\frac{187\pi}{6} = \sigma\upsilon\nu\left(15 \cdot 2\pi + \pi + \frac{\pi}{6}\right) = \sigma\upsilon\nu\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

και  $\epsilon\varphi\frac{187\pi}{6} = \epsilon\varphi\left(15 \cdot 2\pi + \pi + \frac{\pi}{6}\right) = \epsilon\varphi\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \epsilon\varphi\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

και  $\sigma\varphi\frac{187\pi}{6} = \sigma\varphi\left(15 \cdot 2\pi + \pi + \frac{\pi}{6}\right) = \sigma\varphi\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \sigma\varphi\frac{\pi}{6} = \sqrt{3}$

2. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\frac{21\pi}{4} \text{ rad}$ .

Απάντηση:

Τα  $\frac{21\pi}{4} \text{ rad}$  γράφονται: .....

.....

.....

3. Να απλοποιήσετε την παράσταση :  $\frac{\sigma\upsilon\nu(-\alpha) \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ + \alpha)}{\eta\mu(-\alpha) \cdot \eta\mu(90^\circ - \alpha)}$ .

Απάντηση:

αντικαθιστούμε το:

$$\sigma\upsilon\nu(-\alpha) = \dots\dots\dots \quad \sigma\upsilon\nu(180^\circ + \alpha) = \dots\dots\dots \quad \eta\mu(-\alpha) = \dots\dots\dots \quad \eta\mu(90^\circ - \alpha) = \dots\dots\dots$$

και έχουμε:  $\frac{\sigma\upsilon\nu(-\alpha) \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ + \alpha)}{\eta\mu(-\alpha) \cdot \eta\mu(90^\circ - \alpha)} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} =$

4. Να δείξετε ότι :  $\frac{\epsilon\varphi(\pi - x) \cdot \sigma\upsilon\nu(2\pi + x) \cdot \sigma\upsilon\nu(\frac{9\pi}{2} - x)}{\eta\mu(13\pi + x) \cdot \sigma\upsilon\nu(-x) \cdot \sigma\varphi(\frac{21\pi}{2} - x)} = 1$ .

Απάντηση:

αντικαθιστούμε το:

$$\begin{aligned} \epsilon\varphi(\pi - x) &= \dots\dots\dots & \sigma\upsilon\nu(2\pi + x) &= \dots\dots\dots & \sigma\upsilon\nu(\frac{9\pi}{2} - x) &= \dots\dots\dots \\ \eta\mu(13\pi + x) &= \dots\dots\dots & \sigma\upsilon\nu(-x) &= \dots\dots\dots & \sigma\varphi(\frac{21\pi}{2} - x) &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

και έχουμε:  $\frac{\epsilon\varphi(\pi - x) \cdot \sigma\upsilon\nu(2\pi + x) \cdot \sigma\upsilon\nu(\frac{9\pi}{2} - x)}{\eta\mu(13\pi + x) \cdot \sigma\upsilon\nu(-x) \cdot \sigma\varphi(\frac{21\pi}{2} - x)} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} =$

5. Σε κάθε τρίγωνο να δείξετε ότι :  $\eta\mu A = \eta\mu(B + \Gamma)$ .

Απάντηση:

Γνωρίζουμε ότι:  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = \pi$  επομένως  $\hat{A} = \pi - (\hat{B} + \hat{\Gamma})$

Άρα  $\eta\mu \hat{A} = \eta\mu[\pi - (\hat{B} + \hat{\Gamma})] = \dots\dots\dots$