

1ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ – ΟΡΙΑ -ΣΥΝΕΧΕΙΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνήσιως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 7

A2. α) Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A , παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 \in A$

β) Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέγεται συνεχής;

Μονάδες 10

A3. α) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως **ΣΩΣΤΕΣ (Σ)** ή **ΛΑΘΟΣ (Λ)**:

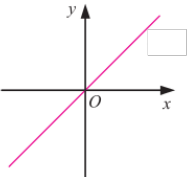
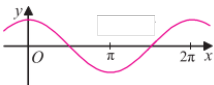
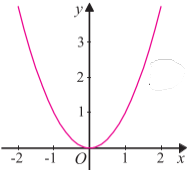
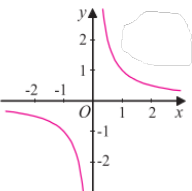
1) Αν δύο συναρτήσεις f, g ορίζονται και οι δύο σε ένα σύνολο A , τότε και η συνάρτηση

$$R(x) = \frac{f}{g} \text{ ορίζεται για κάθε } x \in A \text{ και } g(x) \neq 0.$$

2) Ισχύει ότι για κάθε $x_0 \in \mathbb{R}$, $\lim_{x \rightarrow x_0} \varepsilon f x = \varepsilon f x_0$.

3) Παρατηρώντας τον πίνακα 1, να γράψετε τις αντιστοιχίσεις στον πίνακα 2.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

1	$y=x^2$	Α	
2	$y=x$	Β	
3	$y=\frac{1}{x}$	Γ	
4	$y=\sigma\upsilon\nu x$	Δ	

5	$y = \eta \mu x$	Ε	
---	------------------	---	--

ΠΙΝΑΚΑΣ 2

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ τέτοια ώστε:

$$f(x) = \alpha x^3 - 2x^2 - 5x + \beta$$

Αν η f τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο με τεταγμένη 6, ενώ το σημείο $A(2, -4)$ ανήκει στη γραφική της παράσταση, τότε:

B1. Να αποδείξετε ότι $\alpha=1$ και $\beta=6$. Μονάδες 8

B2. Να βρείτε πότε η f τέμνει τον άξονα $x'x$. Μονάδες 6

B3. Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η C_f βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$. Μονάδες 6

B4. Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει $x \in (-\infty, -2] \cup [1, 3]$ τέτοιο ώστε η C_f να έχει κοινό σημείο με την $y=2016$. Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται συνάρτηση f συνεχής στο \mathbb{R} για την οποία:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - (2+\alpha)x + 2\alpha}{x-2}, & x \neq 2 \\ \alpha, & x = 2 \end{cases}$$

Αν επιπλέον $\beta = \lim_{x \rightarrow 4} f(x)$, τότε:

Γ1. Να αποδείξετε ότι $\alpha=1$. Μονάδες 7

Γ2. Να αποδείξετε ότι $\beta=3$. Μονάδες 7

Έστω $g(x) = x^\beta + x^\alpha + 2016$

Γ3. Να αποδείξετε ότι η g είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} . Μονάδες 7

Γ4. Να συγκρίνετε τους αριθμούς $g(f(\alpha)), g(f(\beta))$. Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Δ

Έστω συνάρτηση f για την οποία $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 5x + 4}$.

Δ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

Μονάδες 4

Δ2. Να υπολογίσετε το $\alpha = \lim_{x \rightarrow 1} [(\sqrt{x+3} - 2)f(x)]$.

Μονάδες 5

Δ3. Να υπολογίσετε το $\beta = \lim_{x \rightarrow 4} [(x^2 - 16)f(x)]$.

Μονάδες 5

Αν επιπλέον υπάρχει συνάρτηση g για την οποία

$$g(x) = (x-1)(x-4)f(x)$$

Δ4. α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της g , και στη συνέχεια να απλοποιήσετε τον τύπο της.

Μονάδες 3

β) Να εξετάσετε αν η h για την οποία

$$h(x) = \begin{cases} g(x), & x \neq 6 \\ A, & x = 6 \end{cases}, \text{ όπου } A = -\alpha\beta - \alpha(-\alpha\beta) - \alpha^{-2}$$

είναι συνεχής και στο 6.

Μονάδες 8