

Όνοματεπώνυμο: \_\_\_\_\_

Βαθμός: \_\_\_\_\_

### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Έστω η συνάρτηση  $F(x) = f(x) + g(x)$ . Αν οι συναρτήσεις  $f, g$  είναι παραγωγίσιμες να αποδείξετε ότι

$$F'(x) = f'(x) + g'(x)$$

**A2.** α. Πότε μια συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως μονότονη σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της;

β. Πότε μια συνάρτηση  $f$  λέμε ότι είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της και τι ονομάζεται παράγωγός της  $f$  στο  $x_0$ .

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ).

1. Η καμπύλη μιας συνάρτησης  $f(x) = x^2$  είναι μια υπερβολή.
2. Αν η  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0$  τότε ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης της  $f$  στο  $x_0$  είναι ο αριθμός  $f'(x_0)$ .
3. Αν η τετμημένη ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα είναι  $x(t)$  τη χρονική στιγμή  $t$ , τότε η ταχύτητά του είναι  $v(t) = x''(t)$ .
4. Αν υπάρχει  $x_0 \in A$  και  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \neq f(x_0)$ , τότε η  $f$  δεν είναι συνεχής στο  $A$ .
5. Σε μια συνάρτηση, ένα τοπικό ελάχιστο δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερο από ένα τοπικό μέγιστο.

### ΘΕΜΑ Β

Έστω  $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$  πλευρές τριγώνου με  $\hat{A} = 90^\circ$ . Αν για τα  $\beta, \gamma$  ισχύουν:

$$\bullet \beta = \left| \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 10 \cdot x + 21}{3 - x} \right|$$

$$\bullet \gamma + 1 = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{x + 2} - 2}$$

**B1.** Να υπολογίσετε τα  $\alpha, \beta, \gamma$ .

**B2.** Να βρείτε τα σημεία τομής της  $C_f$  με τους άξονες όταν

$$f(x) = \frac{\alpha \beta}{\gamma} \cdot (x - \alpha^{-1}) \cdot (x + \beta^{-2}) \cdot (x - \gamma)$$

**B3.** Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η  $C_f$  δεν είναι κάτω από τον  $x'x$ .

### ΘΕΜΑ Γ

Μια πέτρα βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω. Το ύψος που βρίσκεται η πέτρα τη χρονική στιγμή  $t=[0,8]$  (σε s) δίνεται από  $h(t) = 40 \cdot t - 5 \cdot t^2$ . Σας ζητείται να υπολογίσετε:

**Γ1.** Την αρχική ταχύτητα με την οποία βάλλεται η πέτρα.

**Γ2.** Την ταχύτητα και την επιτάχυνση για  $t = 3s$  και  $t = 5s$ .

**Γ3.** Αν ένας προβολέας βρίσκεται σε ύψος 75m, είναι ποτέ δυνατό να τον φτάσει η πέτρα;

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  και  $f(x) = κx^3 + λx^2 + 3x - 1$  με  $x \in \mathbb{R}$  και  $κ, λ \in \mathbb{R}$ .

**Δ1.** Να προσδιορίσετε τα  $κ$ ,  $λ$ , ώστε η  $f$  να έχει τοπικά ακρότατα στα σημεία με τετμημένες  $x_1 = 2$  και  $x_2 = -2$ .

**Δ2.** Να βρείτε τις τιμές των ακροτάτων. Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει  $x \in [-4, 4]$  τέτοιο ώστε  $f(x)=2016$ , και  $f(x)=-2015$ .

**Δ3.** Να βρείτε τις εφαπτομένες της  $C_f$  που είναι παράλληλες στην  $y = -9 \cdot x + 1999$ .

**ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΙΝΑΙ ΙΣΟΤΙΜΑ.  
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ ΔΥΟ (2) ΩΡΕΣ**