

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ**  
**ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΛ**  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της σταθερής συνάρτησης  $f(x) = c$  είναι

$f'(x) = (c)' = 0$  για κάθε  $x$  στο σύνολο  $\mathbb{R}$  των πραγματικών αριθμών.

**Μονάδες 10**

**A2.** Πότε μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το σύνολο  $A$ , λέμε ότι παρουσιάζει **τοπικό μέγιστο** στο  $x_1 \in A$  ;

**Μονάδες 5**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α)  $(\sin x)' = \eta \mu x$

β)  $(\sqrt{3})' = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

γ) Αν οι συναρτήσεις  $f$  και  $g$  είναι παραγωγίσιμες, τότε ισχύει ότι:

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

δ) Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell_1$  και  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \ell_2$  όπου  $\ell_1, \ell_2$  πραγματικοί αριθμοί τότε :

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x)g(x)) = \ell_1 \ell_2$$

ε) Μια συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία  $x_1, x_2 \in \Delta$  με  $x_1 < x_2$  ισχύει  $f(x_1) < f(x_2)$

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.** Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια:

A)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - x}$ , B)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{5}}{x - 5}$  Γ)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{\sqrt{x + 3} - 2}$

**Μονάδες 12(4+4+4)**

**B2.** Να υπολογίσετε τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων:

A)  $f_1(x) = x^2 - x + \sqrt{3}$ , B)  $f_2(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ , Γ)  $f_3(x) = \sqrt{x^2 + 3}$

**Μονάδες 13(4+5+4)**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο  $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + 6x - 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

**Γ1.** Να βρείτε τις παραγώγους  $f'(x)$  και  $f''(x)$ .

**Μονάδες 8**

**Γ2.** Να αποδείξετε ότι  $5f''(x) + 2f'(x) - 2x^2 + 13 = 0$ .

**Μονάδες 5**

**Γ3.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο της  $A(0, f(0))$ .

**Μονάδες 5**

**Γ4.** Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f'(x) - 12}{x + 1}$ .

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση :  $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 8}{x - 2}$

**Δ1.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ .

**Μονάδες 5**

Αν  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2x - 8}{x - 2} & , x \neq 2 \\ \alpha + 3 & , x = 2 \end{cases}$

**Δ2.** Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ .

**Μονάδες 10**

**Δ3.** Να βρείτε την τιμή του  $\alpha$  ώστε η συνάρτηση  $f$  να είναι συνεχής στο  $x_0 = 2$ .

**Μονάδες 10**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**